Tél: 04/980510
Facebook : @SSCCbikfaya
E-mail: ssccbik@hotmail.com
Plateforme: www.sscc-bikfaya.com

Année Académique 2024-2025
Matière : Maths
Classe : S2S
Juillet 2025

TRAVAIL DE VACANCES

Passage de S2S en SG.

Les objectifs principaux :

Equations et inéquations du second degré :
1. Résoudre une équation du second degré.
2. Trouver la somme et le produit des racines d'une équation du second degré.
3. Ramener des situations à des équations du second degré.
4. Factoriser et étudier le signe d'un polynôme du second degré.
5. Résoudre d'inéquations du second degré.
6. Etudier le signe des racines d'une équation du second degré.

Fonctions :
1. Définir une fonction, son domaine ou ensemble de définition.
2. Etudier la parité d'une fonction et trouver ses éléments de symétrie (centre ou axe).
3. Déterminer les limites d'une fonction en un point ou à l'infini.
4. Etudier la continuité et la dérivabilité d'une fonction.
5. Trouver les équations des asymptotes (horizontale, verticale ou oblique).
6. Calculer les dérivées des fonctions polynômes, rationnelles et irrationnelles.
7. Etudier le sens de variation d'une fonction (trouver les extremums) et dresser le tableau de variations.
8. Tracer la courbe représentative d'une fonction.
9. Déterminer l'équation d'une tangente.
10. Lire graphiquement une fonction et dresser son tableau de variations.
11. Résoudre graphiquement d'équations et d'inéquations.
12. Comparer graphiquement des fonctions et déterminer leurs intersections graphiquement.
13. Déterminer la primitive d'une fonction.
14. Déterminer l'aire d'un domaine limité par deux fonctions.

Suites numériques :
1. Savoir le principe du raisonnement par récurrence.
1. Savoir la définition d'une suite numérique, trouver des termes et étudier son sens de variation.
2. Suite arithmétique : Savoir étudier son sens de variation, trouver son terme général et la somme de ses termes.
3. Suite géométrique : Savoir étudier son sens de variation, trouver son terme général et la somme de ses termes.

Cercle :
1. Savoir définir et trouver l'équation d'un cercle.
2. Etudier les positions relatives entre cercle et droite ou entre deux cercles.

Probabilité :
1. Savoir définir et différencier entre arrangement, permutation et combinaison.
2. Estimer une expérience aléatoire et savoir le vocabulaire de probabilité (univers, évènement, évènement impossible, évènement certain, …).
3. Savoir la différence entre évènements incompatibles et évènements contraires.
4. Définir la probabilité d'un évènement.
5. Définir des évènements équiprobables.
6. Calculer la probabilité d'un évènement.

Géométrie dans l'espace :
1. Savoir les propriétés de l'orthogonalité dans l'espace : angle de deux droites, angle d'une droite et d'un plan, plan et droite perpendiculaires, plans perpendiculaires, dièdre, plan médiateur d'un segment, plan bissecteur d'un dièdre.
2. Trouver les coordonnées d'un vecteur dans l'espace.
3. Montrer que deux vecteurs sont colinéaires ou non.
4. Montrer que des vecteurs sont coplanaires ou non.
5. Savoir la définition et les propriétés du produit scalaire.
6. Savoir la représentation paramétrique ou cartésienne d'une droite.
7. Savoir la représentation paramétrique ou cartésienne d'un plan.
8. Déterminer l'intersection de deux droites ou d'une droite et d'un plan.
9. Savoir les conditions de parallélisme et d'orthogonalité de deux droites, de deux plans ou d'un plan et d'une droite.
10. Savoir la définition et les propriétés du produit vectoriel.
11. Applications au produit vectoriel (aire, alignement, distance, …)

Nombres complexes :
1. Savoir la définition d'un nombre complexe.
2. Définir la forme algébrique d'un nombre complexe.
3. Faire des opérations sur les nombres complexes.
4. Définir le conjugué d'un nombre complexe.
5. Définir la forme trigonométrique d'un nombre complexe.
6. Résoudre des équations du second degré dans C.
7. Représenter géométriquement un nombre complexe (image et affixe).

Trigonométrie :
1. Savoir la définition des angles orientés et les relations entre les angles orientés.
2. Définir et résoudre des équations trigonométriques.
3. Savoir trouver les coordonnées polaires à partir des coordonnées cartésiennes et réciproquement.
4. Retenir et savoir appliquer les formules trigonométriques d'addition et de transformation.
4. Définir le conjugué d'un nombre complexe.
5. Définir la forme trigonométrique d'un nombre complexe.
6. Résoudre des équations

Fiche 1.

***N1.* A.** Soit $p(x) = mx^3 + (m-3)x^2 - mx + 2$.

1) Calculer m pour que -1 soit une solution de l'équation $p(x) = 0$.
2) En déduire que $p(x)$ s'écrit sous la forme $p(x) = (x+1)(ax^2 + bx + c)$
   où a , b et c sont des réels à déterminer.
3) Résoudre l'inéquation $\frac{x^3-2x^2+x-2}{x^2+x+1} \geq 0$.

B.1) On donne $-2 < x < 1$ et $-4 < y < -1$. Encadrer $x - y$ et $(x+y)^2$.

2) Sachant que $0 < \propto < \pi$, ranger par ordre croissant :

$$\sin \propto \ , (\sin \propto)^2 \ et \ \sqrt{\sin \propto}.$$

3) On donne $2 < 3x - 2 < 5$, encadrer $\frac{1}{x}$.

C. Résoudre dans R les équations et inéquations ci-dessous :

$|20x| = -8$; $|-2x-1| = 5$; $|2x-1| \geq -2$; $3|x+2| \leq 0$;

$\sqrt{(x+2)^2} \leq |3x-4|$; $|2x-2| + |x^2 - x| = 0$; $3|5x-2| - 3 \geq 0$.

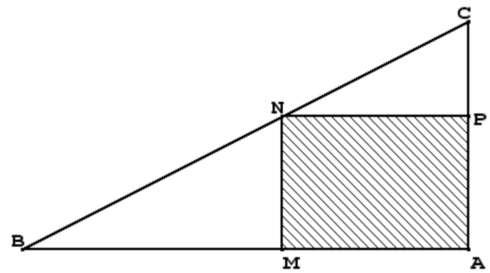
***N2* .Partie A.** Soit f la fonction définie par $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 3x$ et (P) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) a) Dresser le tableau des variations de f .
   b) Tracer (P).
   Ecrire une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 0.
2) La perpendiculaire (d) à (T) au point O recoupe la parabole (P) en L.
   a) Ecrire une équation de la droite (d).
   b) En déduire les coordonnées du point L .
3) (D_m) est la droite d'équation : $y = x + m$, où m est réel.
   a) Déterminer les valeurs de m pour lesquelles la droite (D_m) coupe *(P)* en deux points distincts *A* et *B*.
   b) On appelle I le milieu de [AB]. Calculer les coordonnées du point I en fonction de m.
   c) Quel est l'ensemble des points I lorsque m varie ?

Partie B. Dans la figure ci-contre :

- *ABC* est un triangle rectangle en *A* tel que : *AB = 6cm* et *AC = 3cm*.
- *M* est un point variable du segment [AB].
- *MNPA* est un rectangle.

On pose $BM = x$ avec $x \in [0;6]$.



1) Vérifier que $MN = \frac{1}{2}BM$ (*Indication : Théorème de Thalès*).
2) Montrer que l'aire, en cm^2, du rectangle *MNPA* est $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 3x$.
3) Que vaut *BM* si l'aire de ce rectangle est $4cm^2$?
4) Pour quelle valeur de x l'aire du quadrilatère *MNPA* est-elle maximale ? Quelle est alors la valeur de cette aire.

N3. Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 5}{x - 2}$ et (H) sa courbe représentative dans un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1) Déterminer le domaine de définition de f .
2) Calculer a, b et c pour que $f(x)$ s'écrit de la forme $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-2}$.
3) Calculer les limites de f aux bornes ouvertes de son domaine de définition.
4) Calculer $\lim_{x\to\infty}[f(x) - (x-1)]$ et $\lim_{x\to-\infty}[f(x) - (x-1)]$.
5) En déduire que (H) admet deux asymptotes qu'on précisera leur équation.
6) Calculer la dérivée $f'(x)$ *de* $f(x)$ et dresser son tableau de variation.
7) Montrer que le point I (2 , 1) est un centre de symétrie de (H).
8) Ecrire l'équation (T) de la tangente à (H) au point d'abscisse -1
9) Représenter sur un même repère (H) et (T) .
10) En déduire le tracé de la fonction $g(x) = \left|\frac{x^2 - 3x + 5}{x - 2}\right|$ sur le même repère.
11) Soit (d) la droite d'équation $y = xm + 3$. Déterminer m pour que (d) coupe (H) en deux points.

Fiche 2.

N1. Soit f_m la fonction définie sur R – {-3} par : $f_m(x) = \frac{x^2+x+m}{x+3}$ où m est un paramètre réel non nul et l'on désigne par (C_m) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O ,$\vec{\imath},\vec{\jmath}$).

1) Montrer que toutes les courbes (C_m) admettent les mêmes asymptotes pour m différent de -6.

2) a) Montrer que $f'(x) = \frac{x^2+6x+3-m}{(x+3)^2}$.

b) Déterminer m pour que la tangente (T) à (C_m) au point d'abscisse 0 de (C_m) soit parallèle à l'axe $x'Ox$.

c) Calculer m pour que (C_m) admette deux extremums.

3) Dans la suite, on pose m=3 et on désigne par $f(x)$ la fonction correspondante de courbe (C).

a) Calculer $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

b) Démontrer que la droite d'équation $y = x - 2$ est une asymptote oblique à (C).

c) Dresser le tableau de variation de f.

d) Tracer (C).

e) En déduire le tracé de la fonction $g(x) = \frac{|x^2+x+3|}{x+3}$ sur le même repère .

f) Montrer que le point I (-3 , -5) est un centre de symétrie de (C) .

g) Soit (d) la droite d'équation $y = \gamma$ où γ est un paramètre réel. Déterminer γ pour que (d) coupe (C) en deux points.

h) On désigne par G le centre de gravité du triangle OEF dans le cas où que (d) coupe (C) en deux points E et F. Déterminer l'ensemble des points G lorsque (d) varie.

N2. Dans le tableau suivant, une seule réponse proposée à chaque question est correcte. Ecrire le numéro de chaque question et donner, **en justifiant**, la réponse qui lui correspond.

N^0	Questions	Réponses		
		A	B	C
1	$\int \frac{1}{x\sqrt{x}}\ dx =$	$\frac{2}{\sqrt{x}} + c$	$\frac{-2}{\sqrt{x}} + c$	$2\sqrt{x} + c$
2	$\int \sin 3x\ \cos\ 2x\ \ dx =$	$\frac{-1}{10}\cos 5x - \frac{1}{2}\cos x + c$	$\frac{1}{6}$ cos 3x sin 2x	$\frac{-1}{10}\sin 5x - \frac{1}{2}\sin x + c$
3	$\int \frac{\sin x}{(\cos x)^3}\ dx =$	$\frac{1}{2\sin^2 x}$ + k	$2cos^2 x + k$	$\frac{1}{2\cos^2 x}$ + k
4	La primitive de $F(x) = x\sqrt{x^2+\ 1}$ pour $F(0) = 0\ est$:	$\frac{1}{3}(x^2+1)\sqrt{x^2+1} - \frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}(x^2+1)^2 - \frac{1}{3}$	$\sqrt{(x^2+1)^3}$ - $\frac{1}{3}$

N3. Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{-x^2+3x}{x+1}$ et (C) sa courbe représentative dans un repère orthogonal direct (O,$\vec{i}$,$\vec{j}$) avec $\|\vec{i}\| = 1\ cm\ et$ $\|\vec{j}\| = 0{,}5\ cm$

1) Calculer les limites de f aux bornes ouvertes de son domaine de définition.
2) En déduire que (C) admet deux asymptotes qu'on précisera l'équation de l'une.
3) Montrer que $y = -x + 4$ est l'équation de la deuxième asymptote notée (D).
4) Etudier la position de la courbe (C) par rapport à la droite (D).
5) Calculer la dérivée $f'(x)$ de $f(x)$ et dresser son tableau de variation.
6) Montrer que le point I (-1 ;5) est le centre de symétrie de (C).
7) Ecrire l'équation (T) de la tangente à (C) au point A, point d'intersection de (C) avec l'axe des ordonnées.
8) Représenter (D), (C) et (T) .
9) Représenter dans le même repère la courbe représentative (G) de

$$g(x) = \left|\frac{-x^2+\ 3x}{x+1}\right|.$$

10) Montrer qu'il existe deux points de (C) où la tangente en (C) est perpendiculaire à la droite (D).
11) Soit M un point de (C) d'abscisse $x_0 (x_0 > 0)\ et$ N le point de (D) de même abscisse x_0. Déterminer la plus petite valeur $de\ x_0$ telle que MN $\leq 10^{-2}$.

Fiche 3.

N1. On donne la droite $(D):\begin{cases} x=2m+5 \\ y=2m \\ z=-m-5 \end{cases}$ m$\in$IR et le plan $(P):2x-3y+z-3=0$.

a) Calculer les coordonnées du point d'intersection I de (D) et (P).
b) Vérifier que $A(5;0;-5)$ est un point de (D).
c) Trouver un système d'équations paramétriques de la droite (D') passant par A et perpendiculaire à (P).
d) Calculer les coordonnées du point d'intersection I' de (D') et (P).
e) Trouver un système d'équations paramétriques de la droite (II').
f) Calculer les coordonnées du point A' symétrique de A par rapport à (P).

g) Trouver un système d'équations paramétriques de la droite (IA').
En déduire les équations paramétriques de la droite symétrique de (D) par rapport à (P).

h) Trouver l'équation du plan OAA'.

N2. Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O\,;\,\vec{i}\,,\vec{j},\vec{k})$, on considère le point A(6;-3;2) , le plan (P) d'équation $x+y+2z-7=0$ et la droite (d) définie par : (d) :$\begin{cases} x=t \\ y=t-3 \\ z=-t \end{cases}$ $t \in R$

1) Montrer que A appartient à (P) et que (d) est parallèle à (P).

2) a) Vérifier que le point C(1;-2;-1) appartient à (d).

b) Déterminer un système d'équations paramétriques de la droite (L) passant par C et perpendiculaire à (P).

c) Déterminer le point E symétrique de C par rapport à (P).

d) Déduire un système d'équations paramétriques de la droite (Δ) symétrique de la droite (AC) par rapport à (P).

3) Calculer l'aire du triangle AEC.

***N3.* A.** Combien de codes formés de 3 lettres distinctes suivies de 3 chiffres peut-on former. Quelle est la probabilité d'avoir parmis ces codes un code formé de 3 voyelles distinctes suivies de 3 chiffres pairs .

B.En utilisant un arbre , trouver la probabilité d'avoir 3 piles en lançant 3 fois de suite une pièce de monnaie .

C.Le personnel d'un centre d'étude compte 80 personnes réparties en trois catégories de professeurs: Mathématiques , Français et Arabe.
20% des personnels sont des professeurs de Mathématiques , 60% sont des professeurs de Français.25% des professeurs de Mathématiques sont des hommes et 75% des professeurs d'Arabe sont des femmes. 60% du personnel est féminin.

1) Recopier et compléter le tableau suivant :

	Mathématiques	Français	Arabe	Total
Hommes				
Femmes				
Total				

2) On choisit au hasard une personne de ce centre . Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :
   A : « La personne choisie est une femme ».
   B : « La personne choisie est un professeur de Mathématiques ».
   C : « La personne choisie est une femme ou professeur d'Arabe ».
   D : « La personne choisie est un homme ou non professeur de Mathématiques ».
3) On choisit au hasard un professeur de Français de ce centre .
   Calculer la probabilité qu'il soit une femme.

N4. *Les trois parties sont indépendantes.*

A. Résoudre dans N, l'équation $C_n^{n-2} = 28$.

B. Un sac contient 5 jetons numérotés 1, 2, 3, 4, et 5. On les tire au hasard, en les plaçant l'un à côté de l'autre, de gauche à droite, de manière à former un nombre N de 5 chiffres. Calculer la probabilité que N soit supérieur à 30000.

C. Une urne contient trois boules blanches et deux boules noires. Un joueur tire successivement et au hasard trois boules de l'urne en respectant la règle suivante :

Pour chaque tirage : Si la boule tirée est noire il la remet dans l'urne ;

Si la boule tirée est blanche il ne la remet pas dans l'urne.

1) a) Calculer la probabilité de tirer dans l'ordre : une boule noire, une boule noire et une boule blanche.

b) Montrer que la probabilité qu'il y ait une seule boule blanche parmi les trois boules tirées est égale à $\frac{183}{500}$.

2) Le joueur maintenant tire successivement et au hasard n boules de l'urne (n > 3) en respectant la même règle.

a) Calculer, en fonction de n, la probabilité de l'évènement : le joueur tire n boules noires.

b) Calculer, en fonction de n, la probabilité P_n de l'évènement : le joueur tire au moins une boule blanche.

c) Quel est le nombre minimal de boules que le joueur doit tirer pour que $P_n \geq 0{,}99$?

N5. 1) Ecrire sous la forme algébrique le complexe $z = \frac{(2+i)^2(2i)}{i-1}$.

2) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) : $z^2 + 2\sqrt{3}z + 4 = 0$.

3) On désigne par A et B les images de z_1 et z_2 racines de l'équation (E) dans le plan complexe $(O ; \vec{u}, \vec{v})$.

Montrer que le triangle OAB est équilatéral.

4) M est un point du plan complexe $(O ; \vec{u}, \vec{v})$ d'affixe $z = x+iy$.

a) Trouver la partie réelle et la partie imaginaire de $Z = \frac{z+1}{z-2i}$.

b) Déterminer l'ensemble (E) des points M tels que Z soit imaginaire pur.

c) Déterminer l'ensemble (E) des points M tels que Z soit réel pur.

Fiche 4.

N1. *Les trois parties sont indépendantes.*

A.a) A l'aide d'un raisonnement par récurrence, montrer que ;

$$1^3 + 2^3 + \cdots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

b) $La\ valeur\ de\ S = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \ \dots\dots . + \frac{1}{2^{10}}$ est-elle $2(1 - (\frac{1}{2})^{11})$?Justifier.

B. Déterminer les réels $a, b\ et\ c$ sachant que $a + b + c = \frac{19}{2}$; $2a, b\ et\ c - 5$ sont dans cet ordre les termes d'une suite arithmétique dont la somme est 9.

Vérifier que $a, b\ et\ c$ dans cet ordre sont les termes d'une suite géométrique.

C. Une bibliothèque comptait 3000 livres en Janvier 2021. Tous les ans, 10% de ces livres sont mis en rebut et 200 livres nouveaux sont achetés.

Soit U_n le nombre de livres (2021 + n) où n est un entier naturel.

On note $U_1 = 3000$.

1) Montrer que le nombre de livres en 2022 est $U_2 = 2900$ et calculer U_3.

2) Exprimer U_{n+1} en fonction de U_n.

3) On considère pour tout entier naturel , la suite (V_n) définie par : V_n= $U_n - 2000$.

a) Montrer que (V_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.

b) Exprimer V_n et U_n en fonction de .

c) Quel sera le nombre de livres 2029.

d) Quel sera le nombre de livres jusqu'au l'an 2029.

N2. Un magasin vend seulement des vestes , des manteaux et des chemises.
Durant une semaine **120** clients se présentent dans ce magasin.
90 de ces clients achètent chacun une veste et les **30** autres clients achètent un manteau.
40% de ceux qui ont acheté une veste achètent chacun aussi une chemise et **20%** de ceux qui ont acheté un manteau achètent chacun aussi une chemise.

On interroge au hasard un client de ces 120 clients.
Soit les évènements suivants :
V : Le client interrogé a acheté une veste .
M : Le client interrogé a acheté un manteau .
C : Le client interrogé a acheté une chemise .

1) Vérifier que la probabilité de l'évènement C∩V est égale à $\frac{3}{10}$.
2) Calculer les probabilités suivantes : P(C∩ M) , P(C) , P(M/C) et P(M/$\bar{C}$) .

B. Une urne contient quatre boules , trois blanches et une rouge .
On tire successivement ,et avec remise , deux boules de l'urne .
Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :
A : « Les deux boules tirées sont blanches » .
B : « Les deux boules tirées sont de même couleur » .
C : « Les deux boules tirées sont de couleurs différentes » .

C. On dispose de deux boîtes identiques E et F. La boîte E contient 9 boules rouges et 3 boules vertes et la boîte F contient 3 boules rouges et 5 boules vertes.
Un jeu consiste à choisir au hasard une des deux boîtes , puis à tirer toujours au hasard une boule de la boîte choisie .
On considère les évènements suivants :
E : « Le joueur choisit la boîte E » .
F : « Le joueur choisit la boîte F » .
R : « Le joueur tire une boule rouge » .

a) Calculer les probabilités $P(R/E)$ et $P(E \cap R)$.
b) Calculer les probabilités $P(R/F)$ et $P(F \cap R)$.
c) Calculer $P(R)$.
d) En déduire la probabilité d'avoir une boule verte.

Fiche 5.

N1.*Les deux parties sont indépendantes.*

A.1) Résoudre dans C l'équation $z^2 + 2\sqrt{3}z + 4 = 0$.

2) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct (O ;$\vec{u}$, $\vec{v}$), unité graphique : 2cm ; on considère les points I et J d'affixes respectives : $z_1 = -\sqrt{3} + i$ et $z_2 = -\sqrt{3} - i$

a) Tracer le cercle de centre O et de rayon 2 et placer les points I et J.

b) Calculer les coordonnées polaires de I et J.

c) En déduire la nature du triangle OIJ.

3) Soit B le milieu du segment [OI].

a) Déterminer l'affixe du point B et placer B.

b) Préciser la nature du triangle JBO.

4) Soit A le point défini par $\overrightarrow{BA} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{OJ}$. Déterminer l'affixe du point A et donner sa forme trigonométrique.

B. Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct (O ;$\vec{u}$, $\vec{v}$), à chaque point M d'affixe z on associe le point M' d'affixe z' tel que $z' = 1 + i - \frac{2}{z}$
On pose $z = x + iy$ avec x et y sont deux réels.

a) Exprimer en fonction de x et y, la partie réelle et la partie imaginaire du nombre complexe z'.

b) Démontrer que si M' se déplace sur l'axe (O ;$\vec{v}$), alors M se déplace sur un cercle dont on déterminera le centre et le rayon.

N2. Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct (O ;$\vec{u}$, $\vec{v}$) .
A.On considère les points A et B d'affixes respectives $z_A = 2 + 2i$ et

$$z_B = \left(1 + \sqrt{3}\right)(-1 + i).$$

a) Déterminer la forme algébrique du nombre complexe $\frac{z_B}{z_A}$ et en déduire qu'il est imaginaire pur.

b) Démontrer que le triangle OAB est rectangle en O.
B.A chaque point M d'affixe z, z≠0, on associe le point M'd'affixe

$$z' = 1 - i + \frac{2}{z}.$$

On pose $z = x + iy$ avec x et y sont deux réels.
1) Exprimer, en fonction de x et y , la partie réelle et la partie imaginaire du nombre complexe z'.
2) Démontrer que si la partie réelle de z'est égale à zéro, alors M se déplace sur un cercle (γ) dont on déterminera le centre et le rayon.

N3.*Les deux parties sont indépendantes.*

A.ABCD est un tétraèdre régulier d'arête a. On désigne par E et F les milieux respectifs de [AB] et [CD].

a) Montrer que (CD) est perpendiculaire au plan (ABF).

b) Que représente le plan (AFB) pour le segment [CD]. Justifier.

B.Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O\ ;\ \vec{\imath}\,,\vec{\jmath},\vec{k})$, on considère les points A(3 ;-2 ;2) , B(6 ;1 ;5) , C(6 ;-2 ;-1) et D(m ;1 ;-1).

1) Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\ et\ \overrightarrow{BC}$.

2) Montrer que les points A, B et C déterminent un plan.

3) Déterminer la nature du triangle ABC. Calculer son aire.

4) Calculer une valeur approchée au dixième de degré près de l'angle $\widehat{ABC}$.

5) Déterminer les coordonnées du centre du cercle I circonscrit au triangle ABC et calculer son rayon.

6) Déterminer m pour que les points A, B, C et D soient coplanaires.

7) Déterminer l'équation cartésienne du plan (ABC).

8) Ecrire un système d'équations paramétriques de la droite (AB).

9) La droite (d) définie par : $\left\{\begin{array}{ll} x = -t - 2 & \\ y = -1 & t \in R \\ z = -t & \end{array}\right\}$ coupe le plan (ABC) en un point F. Trouver les coordonnées de F.

10) H est le point de (d) d'abscisse positive tel que FH = $3\sqrt{2}$. Déterminer les coordonnées de H.

<u>N4.</u> Un club sportif comptait en 2009 , 400 abonnés. On a constaté , d'une année à l'autre , que le club perd 40 % de ses abonnés et reçoit 100 nouveaux abonnés .
Pour tout entier naturel n , on désigne par U_n le nombre des abonnés de ce club en l'année (2009 + n) .
1) En partant de U_0 = 400 , vérifier que U_1 = 340 et calculer U_2 .
2) Montrer que , pour tout entier naturel n , $U_{n+1} = 0{,}6\, U_n + 100$.
3) On pose , pour tout entier naturel n , $V_n = U_n - 250$.
a) Démontrer que (V_n) est une suite géométrique dont on déterminera la raison et le premier terme.
b) Exprimer V_n *et* U_n en fonction de n.
c) Démontrer que (U_n) est une suite décroissante.
4) On suppose que ce modèle se poursuit .
a) En quelle année le nombre des abonnés de ce club sera – t –il pour la première fois inférieur à 260 ?
b) Le nombre des abonnés de ce club peut– t –il devenir inférieur à 250 Justifier
5) Calculer , en fonction de n , la somme T = $V_0 + V_{1+} V_2 + \dots\dots + V_n$.
Et en déduire , en fonction de n , la somme S = $U_0 + U_{1+} U_2 + \dots\dots + U_n$.

Fiche 6.

N1.

1) Soit OAB un triangle isocèle en O . On désigne par a la longueur de [OA] et [OB] et par $\propto$ la mesure en radians de l'angle $A\widehat{O}B$ ($\propto \in]0, \pi[$).

Montrer que l'aire du triangle AOB est égale à $\frac{1}{2}a^2 sin \propto$.

2) Simplifier l'expression :

$$A = cos\left(\frac{15\pi}{2} + x\right) + 2sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + sin\left(x - \frac{5\pi}{2} - \pi\right).$$

3) Calculer la valeur de l'expression :

$$B = 1 - sin^2\left(\frac{3\pi}{2}\right) + \frac{1}{1 + tan^2(\pi - x)} + sin^2 x + cos^2 19^\circ + cos^2 71^\circ - tan 50^\circ . tan 40^\circ .$$

4) On donne les nombres a = $\frac{7\pi}{2}+23\pi$ et b = $\frac{-\pi}{12}+23\pi$ .Calculer a + b et en déduire que tana . tanb = 1.

5) On donne cos(x- $\frac{\pi}{2}$)=$\frac{1}{2\sqrt{2}}$ avec x ∈]$\frac{\pi}{2}$, π[. Calculer les valeurs de tanx , sinx et cosx .

6) Montrer les identities suivantes : a) $\frac{1-2sin^2 y}{siny\ cosy} = \frac{1 - tan^2 y}{tany}$.

b) $(1 + sinx + cosx)^2 = 2(1 + cosx)(1 + sinx)$.

N2.

A.Dire si chacune des affirmations suivantes est vraie ou fausse. Justifier.

1) Pour tout nombre , $(\cos x)^2 \in [0 ; 1]$.
2) $\frac{-5\Pi}{3}$ et $\frac{25\Pi}{3}$ sont représentés par le même point sur le cercle trigonométrique.
3) $Si\ x \in \left] \frac{\Pi}{2} ; \Pi \right]$ et $\sin x = \frac{3}{5}$ alors $\cos x = \frac{4}{5}$.
4) Il existe un nombre x tel que $\sin x = \cos x = 0$.

B.Simplifier l'expression :

$$E = \sin\left(\frac{\Pi}{2} - x\right)\cot\left(\frac{-3\Pi}{2} + x\right) + \cos\left(\frac{9\Pi}{2} + x\right)\tan\left(\frac{5\Pi}{2} - x\right).$$

C.Démontrer l'égalité:

$$\frac{\cos x}{\cos x + \sin x} + \frac{\sin x}{\cos x - \sin x} = \frac{1 + tan^2 x}{1 - tan^2 x}.$$

D.Trouver la valeur exacte du nombre

$$F = 2\sin\left(\frac{53\Pi}{4}\right) - 3\cos\left(\frac{-17\Pi}{4}\right) + \cos\left(\frac{8\Pi}{3}\right).$$

N3.

1) On donne $\cos a = \frac{4}{7}$ et $a \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$, calculer $\cos 2a$.

2) Montrer que $cos^2\left(\frac{3x}{2}\right) + sin^2\left(\frac{x}{2}\right) = 1 - sin2x\, sinx$. En déduire la valeur de $sin^2\left(\frac{\pi}{12}\right)$.

3) Soit $E = \cos\left(\frac{\pi}{9}\right) \cos\left(\frac{2\pi}{9}\right) \cos\left(\frac{3\pi}{9}\right) \cos\left(\frac{4\pi}{9}\right)$. Calculer $E \times 2sin\left(\frac{\pi}{9}\right)$ et en déduire la valeur de E.

4) Résoudre :

a) $cos5x + cos3x + cosx = 0$ pour $x \in [0; 2\pi]$.

b) $3\tan(x + 3\pi) = 2\cos\left(\frac{5\pi}{2} - x\right)$.

c) $\frac{sin2x}{sinx} - \frac{cos2x}{cosx} = 2$ pour $x \in \left]0; \frac{\pi}{2}\right[$.

5) A, B et C sont les valeurs des angles d'un triangle quelconque. démontrer que $sin^2A + sin^2B + sin^2C = 2 + 2cosA\, cosB\, cosC$.

N4. Soit ABCD un tétraèdre régulier d'arête a.
Soit I le milieu de [AB] et J celui de [CD].

A. 1) a) Calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}$.

b) Que peut-on dire de (AB) et (CD) ?

c) Montrer que les deux droites (AC) et (BD) sont orthogonales.

2) Calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AI}$ *et* $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{IJ}$.

3) Montrer que $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD})$ et calculer IJ en fonction de a .

B. M étant un point quelconque de l'espace ,
montrer $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{MB}.\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{MC}.\overrightarrow{AB} = 0$.

C. Déterminer l'ensemble des points M du plan (P) du triangle ABC tel que :

a) $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MA}.\overrightarrow{AC}$.

b) $\overrightarrow{MB}.\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BC}.\overrightarrow{AM} = 0$.

N5. Une suite (U_n) est définie par $U_0 = 1$, $U_1 = 3$ et , pour tout entier naturel n , par $U_{n+2} = 0{,}5a^2\, U_{n+1} + (a-3)U_n$ et on pose , pour tout entier naturel n ,

$V_n = U_{n+1} - U_n$.

1) On suppose que a = 2.

a) Montrer que la suite (V_n) est une suite constante.

b) Exprimer U_n en fonction de n et en déduire que (U_n) est une suite arithmétique.

2) On suppose que a = -4.

a) Montrer que la suite (V_n) est une suite géométrique dont on déterminera la raison et le premier terme.

b) Calculer, en fonction de n, la somme T = $V_0 + V_{1+} V_2 + \dots\dots. + V_{n-1}$.

c) En déduire l'expression de U_n en fonction de n.

N6.

ABCDEFGH est un cube d'arête a. Soit I le milieu de [AD] et J celui de [BC].

1) Montrer que (IJ) est orthogonale à (FG) et (CG).
2) Montrer que (IJ) est perpendiculaire au plan (BCG).
3) Calculer GJ, IJ et GI en fonction de a.
4) Montrer que (HI) est perpendiculaire à (IJ). En déduire que IJGH est un rectangle.
5) Soit K le milieu de [FG]. Montrer que le plan (IJK) est le plan médiateur de [BC]. (IJK) est-il aussi le plan médiateur des segments [AD], [FG] et [EH] ?

BONNES VACANCES